Correction 1

a. $3+5-2-8 = 8+(-10) = -2$

b. $4\times3-3\times3 = (4-3)\times3 = 1\times3 = 3$

c. $2-3\times4+2 = 2-12+2 = 4+(-12) = -8$

d. $(3+5)\times2-2 = 8\times2-2 = 16-2 = 14$

e. $10-(6{,}5-4)\times3 = 10-(2{,}5)\times3 = 10-7{,}5 = 2{,}5$

f. Ce produit comporte trois termes négatifs ; le résultat est donc négatif :
$-1\times2\times(-2)\times(-3) = -(1\times2\times2\times3) = -12$

g. $(+3)+(-2)-(-5)+(-1)-(+4)$
$= (+3)+(-2)+(+5)+(-1)+(-4)$
$= (+8)+(-7) = 1$

h. Ce produit comporte 4 facteurs négatifs ; le résultat est donc positif :
$1\times1\times(-1)\times(-1)\times1\times(-1)\times1\times1\times(-1)$
$= +(1\times1\times1\times1\times1\times1\times1\times1\times1) = 1$

Correction 2

Une video est accessible

a. $\dfrac{3}{7}+\dfrac{4}{21} = \dfrac{9}{21}+\dfrac{4}{21} = \dfrac{13}{21}$

b. $-\dfrac{1}{3}+1 = -\dfrac{1}{3}+\dfrac{3}{3} = \dfrac{(-1)+3}{3} = \dfrac{2}{3}$

c. $\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{4}+\dfrac{1}{8} = \dfrac{4}{8}+\dfrac{2}{8}+\dfrac{1}{8} = \dfrac{4+2+1}{8} = \dfrac{7}{8}$

d. $\dfrac{5}{12}-\dfrac{2}{3} = \dfrac{5}{12}-\dfrac{8}{12} = \dfrac{5-8}{12} = \dfrac{-3}{12} = \dfrac{-1\times3}{4\times3} = \dfrac{-1}{4} = -\dfrac{1}{4}$

e. $\dfrac{1}{2}\times\dfrac{8}{6}\times\dfrac{3}{2} = \dfrac{1}{1}\times\dfrac{4}{2}\times\dfrac{1}{2} = \dfrac{4}{4} = 1$

f. Deux des facteurs de ces produits sont négatifs ; le résultat est positif :
$\dfrac{-5}{2}\times\left(-\dfrac{2}{3}\right)\times\dfrac{3}{5} = \dfrac{5}{2}\times\dfrac{2}{3}\times\dfrac{3}{5} = \dfrac{1}{1}\times\dfrac{1}{1}\times\dfrac{1}{1} = 1$

g. Ce quotient a quatre facteurs négatifs ; on en déduit que ce quotient a une valeur positive :
$\dfrac{(-2)\times5\times(-4)\times3\times7\times(-5)}{(-10)\times6} = \dfrac{2\times5\times4\times3\times7\times5}{10\times6}$
$= \dfrac{10\times2\times6\times7\times5}{10\times6} = 2\times7\times5 = 70$

Correction 3

1. $\dfrac{8}{5}-\dfrac{5}{7}\times\dfrac{14}{4} = \dfrac{8}{5}-\dfrac{5}{1}\times\dfrac{2}{4} = \dfrac{8}{5}-\dfrac{5}{1}\times\dfrac{1}{2} = \dfrac{8}{5}-\dfrac{5}{2}$
$= \dfrac{16}{10}-\dfrac{25}{10} = \dfrac{-9}{10} = -\dfrac{9}{10}$

2. $\left(\dfrac{5}{4}-\dfrac{7}{2}\right)\left(\dfrac{2}{3}+\dfrac{1}{6}\right) = \left(\dfrac{5}{4}-\dfrac{14}{4}\right)\left(\dfrac{4}{6}+\dfrac{1}{6}\right)$
$= \dfrac{5-14}{4}\times\dfrac{4+1}{6} = \dfrac{-9}{4}\times\dfrac{5}{6} = -\dfrac{3}{4}\times\dfrac{5}{2} = -\dfrac{15}{8}$

3. $\dfrac{\dfrac{5}{3}-\dfrac{7}{4}}{1+\dfrac{1}{6}} = \dfrac{-\dfrac{1}{12}}{\dfrac{7}{6}} = -\dfrac{1}{12}\times\dfrac{6}{7} = -\dfrac{1}{2}\times\dfrac{1}{7} = -\dfrac{1}{14}$

Correction 4

1. En lançant ce procédé avec la valeur 1, on obtient :
$1 \rightsquigarrow 2 \rightsquigarrow 4 \rightsquigarrow 3$

2. En lançant ce procédé avec la valeur 2, on obtient :
$2 \rightsquigarrow 3 \rightsquigarrow 9 \rightsquigarrow 5$

3. En lançant ce procédé avec la valeur 2, on obtient :
$x \rightsquigarrow x+1 \rightsquigarrow (x+1)^2 \rightsquigarrow (x+1)^2-x^2$

Correction 5

Une video est accessible

a. $(x+1)(2x+1) = 2x^2+x+2x+1 = 2x^2+3x+1$

b. $(3x+1)(2x+2) = 6x^2+6x+2x+2$
$= 6x^2+8x+2$

c. $(2x+1)(5-2x) = 10x-4x^2+5-2x$
$= -4x^2+8x+5$

d. $(3x-2)(1-x) = 3x-3x^2-2+2x = -3x^2+5x-2$

e. $-(x+1)(2x-3) = -(2x^2-3x+2x-3)$
$= -(2x^2-x-3) = -2x^2+x+3$

f. $2(1-x)(2-x) = 2(2-x-2x+x^2)$
$= 2(x^2-3x+2) = 2x^2-6x+4$

Correction 6

a. $3(x-1)+(x+1)(2x+1)$
$= 3x-3+(2x^2+x+2x+1) = 2x^2+6x-2$

b. $(x+2)(x+1)+(x+3)(2x-1)$
$= (x^2+x+2x+2)+(2x^2-x+6x-3)$
$= (x^2+3x+2)+(2x^2+5x-3) = 3x^2+8x-1$

c. $5(x-1)(x+4)-3(x+2)$
$= 5(x^2+4x-x-4)-3x-6$
$= 5(x^2+3x-4)-3x-6$
$= 5x^2+15x-20-3x-6 = 5x^2+12x-26$

d. $-(2x-3)+x(x-1) = -2x+3+x^2-x$
$= x^2-3x+3$

e. $(2-x)(1+x)-3(5-2x)$
$= (2+2x-x-x^2)-15+6x$
$= (-x^2+x+2)-15+6x = -x^2+7x-13$

f. $3x(x-1)-(x-2)(2x-4)$
$= 3x^2-3x-(2x^2-4x-4x+8)$
$= 3x^2-3x-(2x^2-8x+8)$
$= 3x^2-3x-2x^2+8x-8 = x^2+5x-8$

Correction 7

a. $10x+x(x-4) = x\times[10+(x-4)]$
$= x(x+6)$

b. $x^2+3x = x\times x+3\times x = x(x+3)$

c. $3(x+2)+(x+1)(x+2) = \big[3+(x+1)\big](x+2)$
$= (x+4)(x+2)$

d. $(2-x)(x+1)-(2-x) = (2-x)(x+1)-(2-x)\times 1$
$= (2-x)\big[(x+1)-1\big] = x(2-x)$

e. $(2x-1)(x+1)+(x+5)(x+1)$
$= (x+1)\big[(2x-1)+(x+5)\big] = (x+1)(3x+4)$

f. $(2x+3)^2+2x+3 = (2x+3)\times(2x+3)+(2x+3)\times 1$
$= (2x+3)\big[(2x+3)+1\big] = (2x+3)(2x+4)$

Correction 8

Une video est accessible

1. Le développement de l'expression donne :

$$\begin{aligned} D &= (2x+3)^2+(x-5)(2x+3) \\ &= (2x+3)(2x+3)+(2x^2+3x-10x-15) \\ &= (4x^2+6x+6x+9)+(2x^2-7x-15) \\ &= (4x^2+12x+9)+(2x^2-7x-15) \\ &= 6x^2+5x-6 \end{aligned}$$

2. La forme factorisée de l'expression est :

$$\begin{aligned} D &= (2x+3)^2+(x-5)(2x+3) \\ &= (2x+3)\big[(2x+3)+(x-5)\big] = (2x+3)(3x-2) \end{aligned}$$

3.
- Pour évaluer l'expression D pour la valeur $x=1$, nous allons utiliser la forme développer et réduite :
$$\begin{aligned} D &= (2\times 1+3)^2+(1-5)(2\times 1+3) \\ &= 5^2-4\times 5 = 25-20 = 5 \end{aligned}$$
- Pour évaluer l'expression D pour la valeur $x=\dfrac{2}{3}$, nous allons utiliser la forme factorisée :
$$D = \Big(2\times\frac{2}{3}+3\Big)\Big(3\times\frac{2}{3}-2\Big) = \Big(2\times\frac{2}{3}+3\Big)\times 0 = 0$$

Correction 9

Les nombres 23 et 37 sont deux nombres premiers.

La réponse correcte est **a.**.

Correction 10

Une video est accessible

1. On a les décompositions suivantes :
   - a. $108 = 2^2\times 3^3$
   - b. $432 = 2^4\times 3^3$
   - c. $588 = 2^2\times 3\times 7^2$

2. On en déduit les simplifications suivantes :
   - a. $\dfrac{108}{432} = \dfrac{2^2\times 3^3}{2^4\times 3^3} = \dfrac{3^0}{2^2} = \dfrac{1}{4}$
   - b. $\dfrac{588}{108} = \dfrac{2^2\times 3\times 7^2}{2^2\times 3^3} = \dfrac{7^2}{3^2} = \dfrac{49}{9}$
   - c. $\dfrac{432}{588} = \dfrac{2^4\times 3^3}{2^2\times 3\times 7^2} = \dfrac{2^2\times 3^2}{7^2} = \dfrac{4\times 9}{49} = \dfrac{36}{49}$

Correction 11

a.
$$\begin{aligned} 3x+2 &= x+6 \\ 3x+2-x &= x+6-x \\ 2x+2 &= 6 \\ 2x+2-2 &= 6-2 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} 2x &= 4 \\ x &= \frac{4}{2} \\ x &= 2 \end{aligned}$$

Cette équation admet pour solution le nombre 2.

b.
$$\begin{aligned} 5x+2 &= 3x+9 \\ 5x &= 3x+9-2 \\ 5x &= 3x+7 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} 2x &= 7 \\ x &= \frac{7}{2} \end{aligned}$$

La solution de cette équation est $\dfrac{7}{2}$.

c.
$$\begin{aligned} 2x-4 &= 5x+3 \\ 2x &= 5x+7 \\ 2x-5x &= 7 \\ -3x &= 7 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} x &= \frac{7}{-3} \\ x &= -\frac{7}{3} \end{aligned}$$

La solution de l'équation est $-\dfrac{7}{3}$.

d.
$$\begin{aligned} 7x+2 &= -3x+1 \\ 7x &= -3x+1-2 \\ 7x &= -3x-1 \\ 7x+3x &= -1 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} 10x &= -1 \\ x &= -\frac{1}{10} \end{aligned}$$

La solution de l'équation est $-\dfrac{1}{10}$

Correction 12

Une video est accessible

a. L'équation $(2x-1)(3x+1)=0$ est une équation produit : Un produit est nul si, et seulement si, au moins un de ses facteurs est nul.
On obtient les deux équations suivantes :

$$\begin{aligned} 2x-1 &= 0 \\ 2x &= 1 \\ x &= \frac{1}{2} \end{aligned} \qquad \begin{aligned} 3x+1 &= 0 \\ 3x &= -1 \\ x &= -\frac{1}{3} \end{aligned}$$

Cette équation admet pour solution les deux nombres $-\dfrac{1}{3}$ et $\dfrac{1}{2}$.

b. L'équation $(x-2)(2x+4)=0$ est une équation produit : Un produit est nul si, et seulement si, au moins un de ses facteurs est nul.
On obtient les deux équations suivantes :

$$\begin{aligned} x-2 &= 0 \\ x &= 2 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} 2x+4 &= 0 \\ 2x &= -4 \\ x &= \frac{-4}{2} \\ x &= -2 \end{aligned}$$

Cette équation admet pour solution les deux nombres -2 et 2.

c. L'équation $(3-2x)x=0$ est une équation produit : Un produit est nul si, et seulement si, au moins un de ses facteurs est nul.
On obtient les deux équations suivantes :

$$\begin{aligned} 3-2x &= 0 \\ -2x &= -3 \\ x &= \frac{-3}{-2} \\ x &= \frac{3}{2} \end{aligned} \qquad \begin{aligned} x &= 0 \end{aligned}$$

Cette équation admet pour solution les deux nombres 0 et $\dfrac{3}{2}$.

d. L'équation $(5x+1)(5+x)=0$ est une équation produit : Un produit est nul si, et seulement si, au moins un de ses facteurs est nul.
On obtient les deux équations suivantes :

$5x+1=0$	$5+x=0$
$5x=-1$	$x=-5$
$x=-\dfrac{1}{5}$	

Cette équation admet pour solution les deux nombres -5 et $-\dfrac{1}{5}$.

Correction 13

1. Déterminons les images demandées par la fonction f :
   - Le point de coordonnées $(-4\,;-1)$ appartient à la courbe $\mathscr{C}_f$; on en déduit que l'image du nombre -4 est -1 :
     $f(-4)=-1$
   - On a $(0\,;1)\in\mathscr{C}_f$. On en déduit l'image du nombre 0 est 1 :
     $f(0)=1$
   - On a $(3\,;2)\in\mathscr{C}_f$. Ainsi, l'image du nombre 3 par la fonction f est le nombre 2 :
     $f(3)=2$

2. a. La courbe $\mathscr{C}_f$ possède un unique point possédant la valeur 3 pour abscisse : ses coordonnées sont $\left(\dfrac{3}{2}\,;3\right)$.
   On en déduit que la fonction f admet un unique antécédent 3 par la fonction f.

   b. Les deux points de coordonnées $(-4\,;-1)$ et $(-2\,;-1)$ sont les seuls points de la courbe $\mathscr{C}_f$ ayant -1 pour ordonnées : la fonction f admet pour antécédents de -1 les deux nombres -4 et -2.

   c. On remarque que la droite horizontale passant par le "2" intercepte la courbe $\mathscr{C}_f$ en trois points : la fonction f admet trois antécédents du nombre 2.

3. La courbe $\mathscr{C}_f$ intercepte l'axe des abscisses en deux points dont les abscisses ont pour valeurs approchées :
   $-4{,}7 \quad ; \quad -0{,}6$

Correction 14

1. a. Les points appartenant à la courbe $\mathscr{C}_f$ sont :
   $A(-3\,;0) \quad ; \quad B(-1\,;2) \quad ; \quad D(2\,;1)$

   b. On a les images de nombres par la fonction f :
   $f(-3)=0 \quad ; \quad f(-1)=2 \quad ; \quad f(2)=1$

2. a. Les coordonnées des deux points de la courbe $\mathscr{C}_f$ ayant la valeur 2 pour ordonnée sont :
   $(-2\,;2) \quad ; \quad (-1\,;2)$

   b. De la question précédente, on en déduit que le nombre 2 admet deux antécédents par la fonction f qui sont :
   $-2 \quad ; \quad -1$

3. a. Le nombre 1 admet quatre antécédents par la fonction f, car la droite horizontale passant par le 1 des ordonnées intercepte la courbe en quatre points dont les coordonnées sont :
   $(-2{,}5\,;1) \quad ; \quad (-0{,}5\,;1) \quad ; \quad (2\,;1) \quad ; \quad (2{,}5\,;1)$

   b. Ainsi, les antécédents du nombre 1 par la fonction f sont les nombres :
   $-2{,}5 \quad ; \quad -0{,}5 \quad ; \quad 2 \quad ; \quad 2{,}5$

4. Les antécédents du nombre -1 par la fonction f sont :
   $0{,}5 \quad ; \quad 1$

Correction 15

Une video est accessible

1. **Vrai :**
   Graphiquement, on observe que $(0\,;-1)\in\mathscr{C}_g$. On en déduit la relation :
   $f(0)=-1$.

2. **Faux :**
   On observe que $(0\,;-4{,}5)\in\mathscr{C}_h$ ce qui permet d'affirmer que l'image du nombre 0 par la fonction h est $-4{,}5$.

3. **Vrai :**
   Graphiquement, on observe que $(6\,;2)\in\mathscr{C}_f$.

4. **Faux :**
   Le point $(-5\,;-3)$ appartient à la courbe représentative de la fonction g. On en déduit que le nombre -5 a pour image -3 par la fonction g.
   Ainsi, -3 est un antécédent du nombre -5.

5. **Vrai :**
   Le point $(-3\,;-5)$ est un point de $\mathscr{C}_f$. On en déduit que l'image de -3 par la fonction f est le nombre -5.

6. **Faux :**
   Graphiquement, on observe que :
   $g(3)=0 \quad ; \quad h(3)=1$
   Les points d'abscisses 3 des courbes $\mathscr{C}_g$ et $\mathscr{C}_h$ n'ont pas la même ordonnée.

   Si cela avait été le cas, ces deux courbes devaient alors s'intercepter au points d'abscisse 3.

7. **Vrai :**
   Un antécédent x du nombre -3 vérifie la relation :
   $h(x)=-3$
   Ainsi, le point $(x\,;-3)$ sera un point de la courbe $\mathscr{C}_h$ et ce point doit avoir pour ordonnée la valeur -3
   Or, la courbe $\mathscr{C}_h$ n'admet qu'un seul point d'ordonnée -3 : $(1\,;-3)$. On en déduit que 1 est l'unique antécédent par la fonction h du nombre -3.

8. **Faux :**
   Les deux points $(-6\,;2)$ et $(6\,;2)$ ont pour ordonnée 2. On en déduit que la fonction f admet au moins deux antécédents : -6 et 6.

Correction 16

Une video est accessible

1. a. On a les images suivantes par la fonction f :
   - $f(-3)=3\times(-3)-4=-9-4=-13$
   - $f(-1)=3\times(-1)-4=-3-4=-7$
   - $f(2{,}5)=3\times2{,}5-4=3{,}5$
   - $f(10)=3\times10-4=26$

   b.
   - Les antécédents du nombre 5 par la fonction f sont les solutions de l'équation :
     $$3x-4=5$$
     $$3x=9$$
     $$x=3$$
   - Les antécédents du nombre -10 par la fonction f sont les solutions de l'équation :

$$3x-4=-10$$
$$3x=-6$$
$$x=-2$$

2. a. On a les images suivantes :

- $g(2)=2^2+1=4+1=5$
- $g(-5)=(-5)^2+1=25+1=26$
- $g(-1)=(-1)^2+1=1+1=2$

b. Les antécédents de 5 sont solutions de l'équation :
$$g(x)=5$$
$$x^2+1=5$$
$$x^2=4$$
Les deux antécédents de 5 sont -2 et 2.

c. Les antécedents de 1 sont solutions de l'équation :
$$g(x)=1$$
$$x^2+1=1$$
$$x=0$$
0 est l'unique antécédent de 1 par la fonction g.

d. Les antécédents de 0 sont solutions de l'équation :
$$g(x)=0$$
$$x^2+1=0$$
$$x^2=-1$$
0 n'admet pas d'antécédent par la fonction g.

Correction 17

1. a. Le point A a pour coordonnées $(3\,;-3)$

b.
- L'image du nombre 3 par la fonction f a pour valeur -3 car :
$$f(3)=-0{,}2\times3-2{,}4=-0{,}6-2{,}4=-3$$
Ainsi, la représentation de la fonction f passe par le point $A(3\,;-3)$.
- La représentation de la fonction g passe par le point A :
$$g(3)=-1{,}5\times3+1{,}5=-4{,}5+1{,}5=-3$$

c. Le point B a pour coordonnées $(-2\,;-2)$.

d. La droite (d_1) passe par le point A ; ainsi, de la fonction f et de la fonction g, déterminons la fonction dont l'image de -2 est -2 :

- $f(-2)=-0{,}2\times(-2)-2{,}4=0{,}4-2{,}4=-2$
- $g(-2)=-1{,}5\times(-2)+1{,}5=3+1{,}5=4{,}5$

Ainsi, la droite (d_1) a pour représentation la fonction affine f.

2. a. Le point C a pour coordonnées $(-2\,;1)$.

b. Parmi les fonctions affines proposées, seule la fonction j a sa représentation qui passe par le point $C(-2\,;1)$:
$$j(-2)=-0{,}5\times(-2)=1$$

3. a. Le point D a pour coordonnées $(2{,}5\,;2)$.
Les deux fonctions dont les représentations passent par les points D sont h et k car :

- $h(2{,}5)=0{,}8\times2{,}5=2$
- $k(2{,}5)=2\times2{,}5-3=5-3=2$

b. La droite (d_4) passe par l'origine : (d_4) est la représentation d'une fonction linéaire. On en déduit que la droite (d_4) est la représentation de la fonction h.

Correction 18

1. a. $ABCD$ est un parallélogramme.
Si un quadrilatère est un parallélogramme alors ses côtés opposés sont parallélgramme entre eux.
Les droites (AD) et (BC) sont parallèles entre elles.
D'après les hypothèses de l'énoncé, les droites (AD) et (IJ) sont parallèles entre elles.
On a : $(IJ)/\!/(AD)$ et $(AD)/\!/(BC)$.
Si deux droites sont parallèles à une même troisième droite alors ces deux droites sont parallèles entre elles.
On en déduit que les droites (IJ) et (Bc) sont parallèles entre elles.

b. $ABCD$ est un parallélogramme.
Si un quadrilatère est un parallélogramme alors ses côtés opposés ont même mesure.
On en déduit : $AB=DC=4\,cm$
Les points A, I, C et les points A, J, B sont parallèles entre elles.
Les droites (IJ) et (BC) sont parallèles entre elles.
D'après le théorème de Thaès, on a l'égalité suivante des quotients :
$$\frac{AJ}{AB}=\frac{AI}{AC}=\frac{IJ}{BC}$$
Utilisons les quotients suivants :
$$\frac{AJ}{AB}=\frac{AI}{AC}$$
$$\frac{1}{4}=\frac{AI}{9}$$
D'après le produit en croix, on a :
$$4\times AI=1\times9$$
$$AI=\frac{9}{4}=2{,}25\,cm$$

2. a. On a : $(AD)/\!/(JK)$ et $(AJ)/\!/(DK)$
Si un quadrilatère a ses côtés opposés parallèles entre eux alors ce quadrilatère est un parallélogramme.
$ADKJ$ est un parallélogramme.
$ADKJ$ est un parallélogramme.
Si un quadrilatère est un parallélogramme alors ses côtés opposés sont de même mesure.
On en déduit : $KD=AJ=1\,cm$
Le point K étant un point du segment $[CD]$, on a :
$$DC=DK+KC$$
$$4=1+KC$$
$$KC=4-1$$
$$KC=3$$

b. Les points I, A, C et les points I, J, K sont alignés.
Les droites (AJ) et (KC) sont parallèles entre elles.
D'après le théorème de Thalès, on obtient l'égalité des quotients suivante :
$$\frac{IA}{IC}=\frac{IJ}{IK}=\frac{AJ}{KC}$$
Utilisons l'égalité suivante :
$$\frac{IJ}{IK}=\frac{AJ}{KC}$$
Notons x la longueur IJ :
$$\frac{x}{6-x}=\frac{1}{3}$$
D'après le produit en croix, on a :
$$3\times x=1\times(6-x)$$
$$3x=6-x$$
$$3x+x=6$$
$$4x=6$$
$$x=\frac{6}{4}=1{,}5\,cm$$
On en déduit : $IJ=1{,}5\,cm$

