Preparer son entree en seconde en mathematiques - Partie 1 - S PLUOT

Correction 1

a. $\dfrac{2}{5}+1=\dfrac{2}{5}+\dfrac{5}{5}=\dfrac{7}{5}$

b. $\dfrac{3}{4}\times\dfrac{2}{5}=\dfrac{3\times2}{4\times5}=\dfrac{3}{10}$

c. $\dfrac{1}{3}\times\dfrac{2}{5}+\dfrac{2}{5}=\dfrac{2}{15}+\dfrac{6}{15}=\dfrac{8}{15}$

d. $\dfrac{\frac{3}{5}}{\frac{2}{5}}=\dfrac{3}{5}\times\dfrac{5}{2}=\dfrac{3}{2}$

e. $\dfrac{\frac{3}{2}-\frac{10}{6}}{\frac{2}{7}+\frac{1}{3}}=\dfrac{\frac{9}{6}-\frac{10}{6}}{\frac{6}{21}+\frac{7}{21}}=\dfrac{-\frac{1}{6}}{\frac{13}{21}}=-\dfrac{1}{6}\times\dfrac{21}{13}=-\dfrac{7}{26}$

f. $3-\dfrac{5}{1+\frac{1}{3}}=3-\dfrac{5}{\frac{3}{3}+\frac{1}{3}}=3-\dfrac{5}{\frac{4}{3}}=3-5\times\dfrac{3}{4}$

$=3-\times\dfrac{15}{4}=\dfrac{12}{4}-\dfrac{15}{4}=-\dfrac{3}{4}$

Correction 2

a. $10^{30}\times10^{-9}=10^{30+(-9)}=10^{21}$

b. $2^{-4}\times3^{-4}=(2\times3)^{-4}=6^{-4}$

c. $12^{3}\times12^{-15}\times12^{4}=12^{3+(-15)+4}=12^{-8}$

d. $\dfrac{10^{20}}{10^{-20}}=10^{20-(-20)}=10^{40}$

e. $\dfrac{8^{2}\times8^{-9}}{8^{-4}}=\dfrac{8^{2+(-9)}}{8^{-4}}=\dfrac{8^{-7}}{8^{-4}}=8^{-7-(-4)}=8^{-3}$

f. $2^{10}+2^{10}=2\times2^{10}=2^{1}\times2^{10}=2^{11}$

Correction 3

a. $2(x-2)+3(x+2)=2x-4+3x+6=5x+2$

b. $4(1-x)+(3x+1)=4-4x+3x+1=-x+5$

c. $3(2x-5)-2(x-1)=6x-15-2x+2=4x-13$

d. $3(3x-2)-(2-x)=9x-6-2+x=10x-8$

e. $-4(x-2)+3(2x+1)=-4x+8+6x+3=2x+11$

f. $3(2x-2)-3(2-3x)=6x-6-6+9x=15x-12$

Correction 4

a. $(x+1)(2x+1)=2x^2+x+2x+1=2x^2+3x+1$

b. $(3x+1)(2x+2)=6x^2+6x+2x+2$

$=6x^2+8x+2$

c. $(2x+1)(5-2x)=10x-4x^2+5-2x$

$=-4x^2+8x+5$

d. $(3x-2)(1-x)=3x-3x^2-2+2x=-3x^2+5x-2$

e. $-(x+1)(2x-3)=-(2x^2-3x+2x-3)$

$=-(2x^2-x-3)=-2x^2+x+3$

f. $2(1-x)(2-x)=2(2-x-2x+x^2)$

$=2(x^2-3x+2)=2x^2-6x+4$

Correction 5

a. $3x+5x=(3+5)x=8x$

b. $(2x+1)\times2+(2x+1)\times3=(2x+1)(2+3)=5(2x+1)$

c. $(2x+1)\times2+(2x+1)\times x=(2x+1)(2+x)$

d. $(1-3x)(2+x)+(1-3x)(5-2x)$

$=(1-3x)\left[(2+x)+(5-2x)\right]=(1-3x)(-x+7)$

e. $(2+3x)(x-1)-(x+1)(3x+2)$

$=(3x+2)\left[(x-1)-(x+1)\right]=(3x+2)(-2)$

$=-2(3x+2)$

f. $(x+1)^2+(x+1)(5x-4)$

$=(x+1)\left[(x+1)+(5x-4)\right]=(x+1)(6x-3)$

Correction 6

a. $(3x+2)^2=(3x)^2+2\times3x\times2+2^2=9x^2+12x+4$

b. $(2-5x)^2=2^2-2\times2\times5x+(5x)^2=4-20x+25x^2$

c. $(3x+1)(3x-1)=(3x)^2-1^2=9x^2-1$

d. $(5x+1)(3-x)-3(1-x)$

$=(15x-5x^2+3-x)-(3-3x)$

$=15x-5x^2+3-x-3+3x=-5x^2+17x$

Correction 7

La correction n'existe pas pour l'exercice 5658

Correction 8

a. $2(x+5)=3(2x-2)$

$$\begin{aligned}2x+10&=6x-6\\2x&=6x-6-10\\2x&=6x-16\\2x-6x&=6x-16-6x\\-4x&=-16\\x&=\frac{-16}{-4}\\x&=4\end{aligned}$$

Cette équation admet pour solution le nombre 4.

b. $2(x-2)-4(1-x)=4$

$$\begin{aligned}2x-4-4+4x&=4\\6x-8&=4\\6x-8+8&=4+8\\6x&=12\\x&=\frac{12}{6}\\x&=2\end{aligned}$$

BY-NC

Cette équation admet pour solution le nombre 2.

c. $3(x-2)+4=2-x$
$$3x-6+4=2-x$$
$$3x-2=2-x$$
$$3x-2+2=2-x+2$$
$$3x=4-x$$
$$3x+x=4-x+x$$
$$4x=4$$
$$x=\frac{4}{4}$$
$$x=1$$
Cette équation admet pour solution le nombre 1.

d. $5(x+1)=3(3-x)$
$$5x+5=9-3x$$
$$5x+5-5=9-3x-5$$
$$5x=4-3x$$
$$5x+3x=4$$
$$8x=4$$
$$x=\frac{4}{8}$$
$$x=\frac{1}{2}$$
Cette équation admet pour solution le nombre $\frac{1}{2}$.

Correction 9

a. $\sin\left(3\pi+x\right)=\sin\left(\pi+x+2\pi\right)=\sin\left(\pi+x\right)=-\sin x$

b. $\cos\left(\frac{5\pi}{2}-x\right)=\cos\left(\frac{\pi}{2}-x+2\pi\right)=\cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right)=\sin x$

c. $\cos\left(x-\frac{\pi}{2}\right)=\cos\left[-\left(\frac{\pi}{2}-x\right)\right]=\cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right)=\sin x$

d. $\cos\left(\frac{\pi}{2}+x\right)=\cos\left[\pi-\left(\frac{\pi}{2}-x\right)\right]$
$$=-\cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right)=-\sin x$$

e. $\sin\left(\pi-x\right)+\cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right)=\sin x+\sin x=2\sin x$

f. $3\cdot\sin\left(\pi+x\right)-2\cdot\sin\left(\pi-x\right)+4\cdot\sin\left(x-\pi\right)$
$$=-3\cdot\sin x-2\cdot\sin x+4\cdot\sin\left[-\left(\pi-x\right)\right]$$
$$=-3\cdot\sin x-2\cdot\sin x-4\cdot\sin\left(\pi-x\right)$$
$$=-3\cdot\sin x-2\cdot\sin x-4\cdot\sin x=-9\cdot\sin x$$

Correction 10

a. $2x+4<5x-7$
$$2x<5x-11$$
$$-3x<-11$$
Multiplier par un nombre négatif inverse le sens de l'inégalité
$$\frac{-3x}{-3}>\frac{-11}{-3}$$
$$x>\frac{11}{3}$$
Les solutions de l'inéquation sont les nombres strictement supérieurs à $\frac{11}{3}$

b. $3x+2(5-x)\leqslant-2x+1$
$$3x+10-2x\leqslant-2x+1$$
$$x+10\leqslant-2x+1$$
$$3x+10\leqslant1$$
$$3x\leqslant-9$$
$$x\leqslant\frac{-9}{3}$$
$$x\leqslant-3$$
Les nombres inférieurs ou égaux à -3 sont solutions de l'inéquation.

c. $3(-x+1)-4(2x-4)\geqslant5$
$$-3x+3-8x+16\geqslant5$$
$$-11x+19\geqslant5$$
$$-11x\geqslant-14$$
La multiplication par un nombre négatif inverse le sens de l'inégalité
$$\frac{-11x}{-11}\leqslant\frac{-14}{-11}$$
$$x\leqslant\frac{14}{11}$$
Les solutions de l'inéquation sont les nombres inférieurs ou égaux à $\frac{14}{11}$

d. $214(3x-5)>214(2x+1)$
$$\frac{214(3x-5)}{214}>\frac{214(2x+1)}{214}$$
$$3x-5>2x+1$$
$$x>6$$
Les solutions de l'inéquation sont les nombres strictements supérieurs à 6.

Correction 11

1. a. Graphiquement, on a les images suivantes :
$f(-3)=3$; $f(-1)=2$; $f(0)=1{,}5$
$f(3)=0$; $f(5)=-1$

b.
- f admet un unique antécédent du nombre 3 qui est -3 :
$f(-3)=3$
- Il existe un unique antécédent du nombre 2,5 par f :
$f(-2)=2{,}5$
-2 est l'unique antécédent par la fonction f du nombre 2,5.
- L'unique antécédent du nombre 0 par la fonction f est 3 :
$f(3)=0$
- La fonction f n'admet pas d'antécédent du nombre $-1{,}5$.

2. a. A l'aide de la fonction g, voici les images de quelques nombres :
$g(-3)=-1{,}5$; $g(-2)=0$; $g(-1)=2$
$g(1)=2$; $g(3)=2$; $g(4)=3$

b. La fonction g admet un unique antécédent du nombre $-1{,}5$; ce nombre est -3 :
$g(-3)=-1{,}5$

c. Le nombre 2 admet trois antécédent par la fonction g :
-1 ; 1 ; 3

(cc) BY-NC

d. Le nombre 1 admet deux antécédents par la fonction g :
$g(-1{,}5)=1 \quad ; \quad g(2)=1$

Correction 12

- La droite (d_1) passe par les points de coordonnées :
  $A(-1\,;-3) \quad ; \quad B(0\,;-1)$

  La droite (d_1) admet pour coefficient directeur :
  $a=\dfrac{y_B-y_A}{x_B-x_A}=\dfrac{-1-(-3)}{0-(-1)}=\dfrac{2}{1}=2$
- La droite (d_2) passe par les points de coordonnées :
  $A(0\,;1) \quad ; \quad B(3\,;0)$

  La droite (d_2) admet pour coefficient directeur :
  $a=\dfrac{y_B-y_A}{x_B-x_A}=\dfrac{0-1}{3-0}=-\dfrac{1}{3}$
- La droite (d_3) passe par les points de coordonnées :
  $A(-2\,;-2) \quad ; \quad B(2\,;3)$

  La droite (d_3) admet pour coefficient directeur :
  $a=\dfrac{y_B-y_A}{x_B-x_A}=\dfrac{3-(-2)}{2-(-2)}=\dfrac{3+2}{2+2}=\dfrac{5}{4}$
- La droite (d_4) passe par les points de coordonnées :
  $A\Big(0\,;\dfrac{1}{2}\Big) \quad ; \quad B\Big(2\,;-\dfrac{3}{2}\Big)$

  La droite (d_4) admet pour coefficient directeur :
  $a=\dfrac{y_B-y_A}{x_B-x_A}=\dfrac{-\dfrac{3}{2}-\dfrac{1}{2}}{2-0}=\dfrac{-2}{2}=-1$

Correction 13

1. On a les coordonnées suivantes :
$A(-3\,;-1) \quad ; \quad B(2\,;1) \quad ; \quad C\Big(-2\,;\dfrac{5}{2}\Big) \quad ; \quad C\Big(1\,;-\dfrac{1}{2}\Big)$

2. a. Le coefficient directeur de la droite (AB) a pour valeur :
$\dfrac{y_B-y_A}{x_B-x_A}=\dfrac{1-(-1)}{2-(-3)}=\dfrac{1+1}{2+3}=\dfrac{2}{5}$

b. Le point B appartient à la droite (AB) : ses coordonnées vérifient l'expression de la fonction f. On a :

$$\begin{aligned} f(x_B)&=y_B\\ 0{,}5\times x_B+b&=y_B\\ 0{,}5\times 2+b&=1\\ 1+b&=1\\ b&=1-1\\ b&=0 \end{aligned}$$

L'expression complète de la fonction f est :
$f(x)=0{,}5x$
La fonction f est une fonction linéaire.

3. a. Le coefficient directeur de la droite (CD) a pour valeur :
$\dfrac{y_D-y_C}{x_D-x_C}=\dfrac{-\dfrac{1}{2}-\dfrac{5}{2}}{1-(-2)}=\dfrac{-\dfrac{6}{2}}{1+2}=\dfrac{-3}{3}=-1$

b. Ainsi, la fonction g a pour expression :
$f(x)=-x+b$
où b est à déterminer.

Le point D appartenant à la droite (CD), ses coordonnées vérifient la relation suivante :

$$\begin{aligned} f(x_D)&=y_D\\ -x_D+b&=y_D\\ -1+b&=-\frac{1}{2}\\ b&=-\frac{1}{2}+1\\ b&=\frac{1}{2} \end{aligned}$$

Ainsi, l'expression complète de la fonction g est :
$g(x)=-x+\dfrac{1}{2}$

Correction 14

1. Voici le tableau complété :

	Rondes	Baroques	Total
Grises	31	112	143
Vertes	13	64	77
Total	44	176	220

2. a. Il y a au total 176 perles de forme baroque sur un total de 220 perles. On en déduit que le controleur choisisse une perle de forme baroque est de :
$\dfrac{176}{220}=\dfrac{88}{110}=\dfrac{44}{55}=\dfrac{4}{5}$

b. Il y a 64 perles de forme baroque et de couleur verte. La probabilité de choisir une perle verte de forme baroque est donc de :
$\dfrac{64}{220}=\dfrac{32}{110}=\dfrac{16}{55}$

3. Il y a 44 perles rondes et parmi ces perles rondes, seulement 13 sont vertes. Ainsi, on en déduit que la probabilité de tirer une perle verte parmi les perles rondes est de : $\dfrac{13}{44}$

Correction 15

1. Dans cette classe, il y a :
$2+5+2+2+3+2+7+2=25$

2. On utilise la moyenne pondérée :
$$\frac{2\times 8+5\times 9+2\times 10+2\times 10+3\times 12+2\times 13+7\times 14+2\times 15}{25}$$
$$=\frac{293}{25}=11{,}72$$

3. La note médiane, pour partager la série préalablement ordonnée est la classe où se trouve la 13ième note : la note médiane est 12.

4. L'étendue de la série est : $15-8=7$

BY-NC