Preparer son entree en 1ere - Partie 2 - S PLUOT

Correction 1

1. On a les coordonnées des vecteurs :
$\overrightarrow{AB}(1\,;-5)$; $\overrightarrow{CD}(6\,;0{,}5)$; $\overrightarrow{EF}(2\,;2)$

2. a. Voici les coordonnées des points :
$G(6\,;0{,}5)$; $H(3\,;3)$; $K(1{,}5\,;3)$
$L(-3\,;2{,}5)$; $M(-1{,}5\,;-1)$; $N(3\,;-2)$

b. On a les coordonnées de vecteurs :

- $\overrightarrow{GH}(x_H - x_G\,;y_H - y_G)$
$= (3-6\,;3-0{,}5)(-3\,;2{,}5)$
- $\overrightarrow{KL}(x_L - x_K\,;y_L - y_K)$
$= (-3-1{,}5\,;2{,}5-3) = (-4{,}5\,;-0{,}5)$
- $\overrightarrow{MN}(x_N - x_M\,;y_N - y_M)$
$= (3-(-1{,}5)\,;-2-(-1)) = (4{,}5\,;-1)$

Correction 2

1. On a les coordonnées suivantes de vecteurs :

- $\overrightarrow{AB}(x_B - x_A\,;y_B - y_A)$
$= (2-0\,;0-(-1)) = (2\,;1)$
- $\overrightarrow{AC}(x_C - x_A\,;y_C - y_A)$
$= (-2-0\,;\,-2-(-1)) = (-2\,;-1)$

On a l'égalité suivante : $\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{AC}$.
On en déduit que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires ; ainsi, les droites (AB) et (AC) sont parallèles.
Si deux droites sont parallèles et ont un point en commun alors ces deux droites sont confondus.
Les droites (AB) et (AC) sont confondues : les points A, B et C sont alignés.

2. On a les coordonnées suivantes de vecteurs :

- $\overrightarrow{KL}(x_L - x_K\,;y_L - y_K)$
$= (2-3\,;-2-(-4)) = (-1\,;2)$
- $\overrightarrow{KM}(x_M - x_K\,;y_M - y_K)$
$= (-1-3\,;3-(-4)) = (-4\,;7)$

Il n'existe pas de réels k vérifiant l'égalité :
$\overrightarrow{KM} = k\cdot\overrightarrow{KL}$
Les vecteurs $\overrightarrow{KL}$ et $\overrightarrow{KM}$ ne sont pas colinéaires : les points K, L et M ne sont pas alignés.

3. On a les coordonnées suivantes de vecteurs :

- $\overrightarrow{OP}(x_P - x_O\,;y_P - y_O) = (4-3\,;5-2) = (1\,;3)$
- $\overrightarrow{QR}(x_R - y_Q\,;y_R - y_Q) = (101-1\,;98-(-202))$
$= (100\,;300)$

On a l'égalité suivante : $\overrightarrow{QR} = 100\cdot\overrightarrow{OP}$

Les deux vecteurs $\overrightarrow{OP}$ et $\overrightarrow{QR}$ sont colinéaire : les droites (OP) et (QR) sont parallèles.

Correction 3

2. $$MN = \sqrt{(x_M - x_N)^2 + (y_M - y_N)^2}$$
$$= \sqrt{\big[1-(-1)\big]^2 + \big(3-5\big)^2}$$
$$= \sqrt{2^2 + 2^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$
$$NP = \sqrt{(x_P - x_N)^2 + (y_P - y_N)^2}$$
$$= \sqrt{\big[-3-(-1)\big]^2 + \big(1-5\big)^2}$$
$$= \sqrt{2^2 + 4^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$
$$MP = \sqrt{(x_P - x_M)^2 + (y_P - y_M)^2}$$
$$= \sqrt{\big(-3-1\big)^2 + \big(1-3\big)^2}$$
$$= \sqrt{4^2 + 2^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

3. Le triangle MNP est isocèle en P puisque $PN = PM$.

4. Dans un triangle isocèle, la médiane, la médiatrice, la bissectrice et la hauteur issue du sommet principal sont confondues.
La médiane $[AP]$ est aussi une hauteur : le triangle APN est rectangle en P

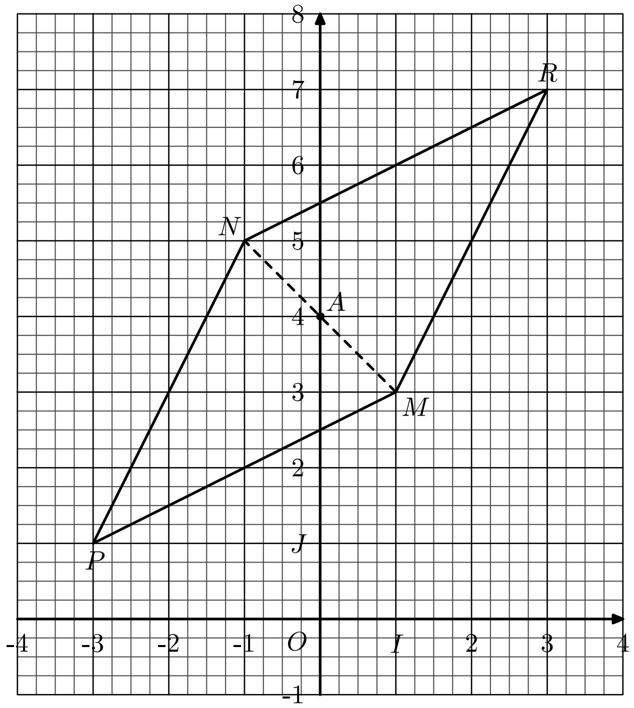
5. Les coordonnées de A sont données par la formule :
$$A\Big(\frac{x_M + x_N}{2}\,;\frac{y_M + y_N}{2}\Big) = \Big(\frac{1+(-1)}{2}\,;\frac{3+5}{2}\Big) = (0\,;4)$$

8. $\overrightarrow{PN}(x_N - x_P\,;y_N - y_P)$
$= (-1-(-3)\,;5-1) = (2\,;4)$

9. Le point R est définie par la relation : $\overrightarrow{MR} = \overrightarrow{PN}$.
Ces deux vecteurs étant égaux, il en est de même de leurs coordonnées : $(x_R - 1\,;y_R - 3) = (2\,;4)$.
En identifiant les abscisses avec les abscisses et les ordonnées avec les ordonnées, on obtient les deux égalités suivantes :

$x_R - 1 = 2$	$y_R - 3 = 4$
$x_R = 2 + 1$	$y_R = 4 + 3$
$x_R = 3$	$y_R = 7$

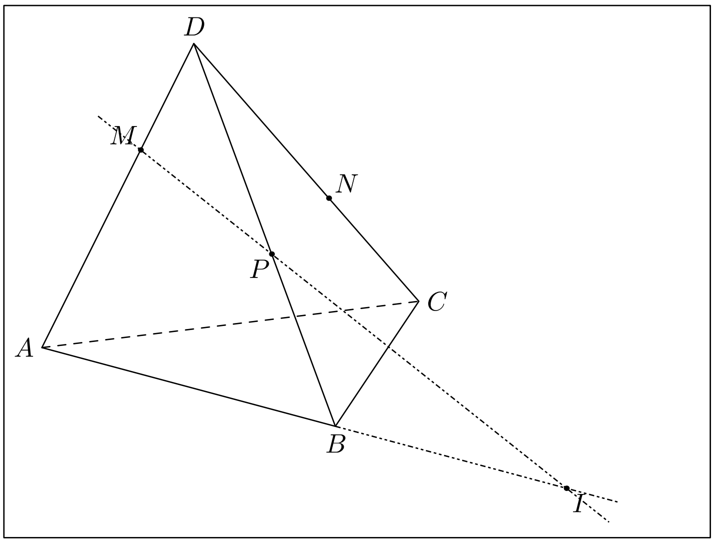
On en déduit les coordonnées du point $R(3\,;7)$



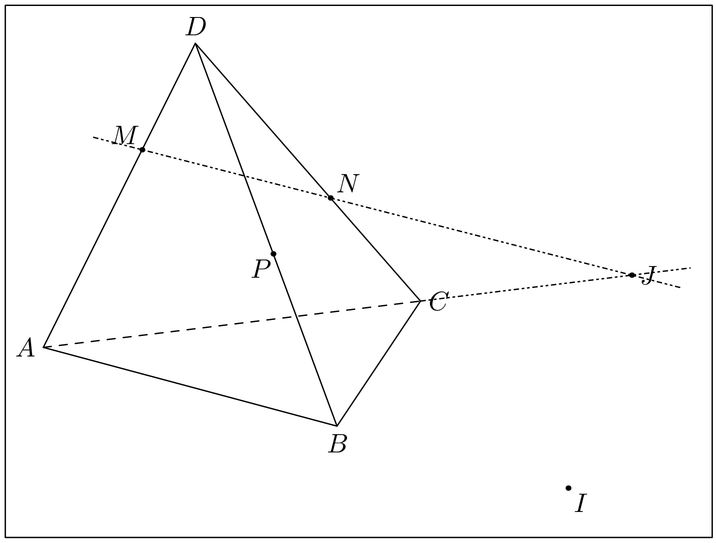
Correction 4

On note (Δ) la droite d'intersection des plans du plan (ABC) avec le plan (MNP).
Il fallait pour cette exercice déterminer deux points de la droite (Δ) afin de pouvoir la tracer.

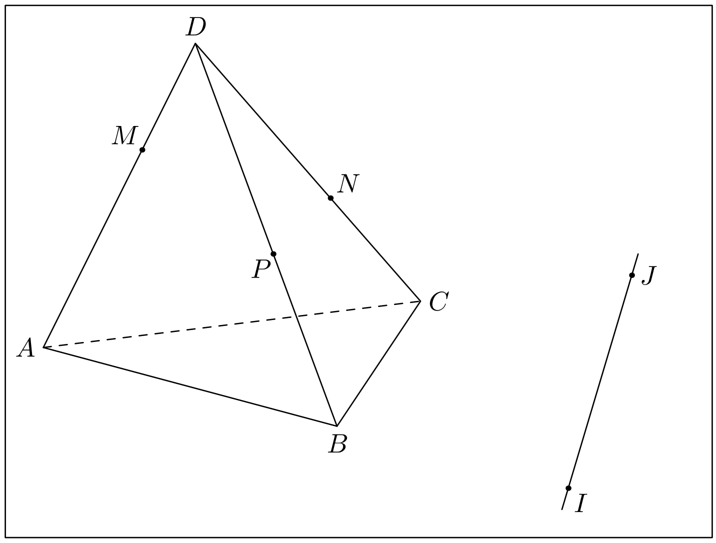
La droite (MP) et (AB) appartienne au plan (DAB) : on trace leur point d'intersection I.
Or, la droite (MP) appartient aussi au plan (MNP) et la droite (AB) appartient au plan (ABC) : le point I appartient à la droite (Δ).



La droite (MN) et (AC) appartiennent au plan (ACD) : on trace leur point d'intersection J.
Or, la droite (MN) appartient au plan (MNP) et la droite (AC) appartient au plan (ABC) : le point J appartient à la droite (Δ).



Ainsi, on obtient la droite d'intersection des plans (ABC) et (MNP) :

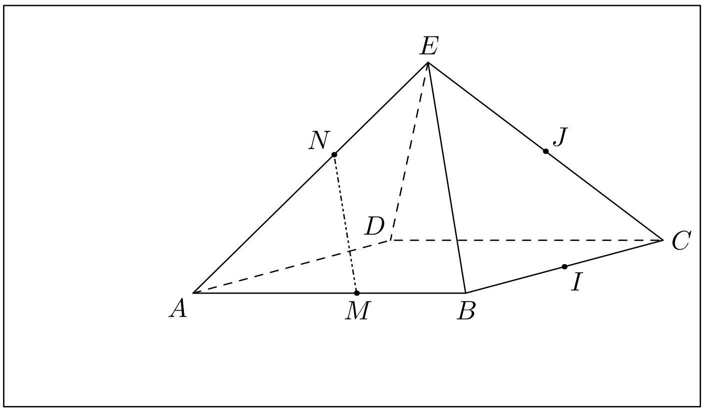


Correction 5

1. Dans le triangle BCE, I est le milieu de $[BC]$ et J est le milieu de $[CE]$.
Si, dans un triangle, une droite passe par le milieu de deux côtés alors cette droite est parallèle au troisième côté.
(IJ) est parallèle à (BE).

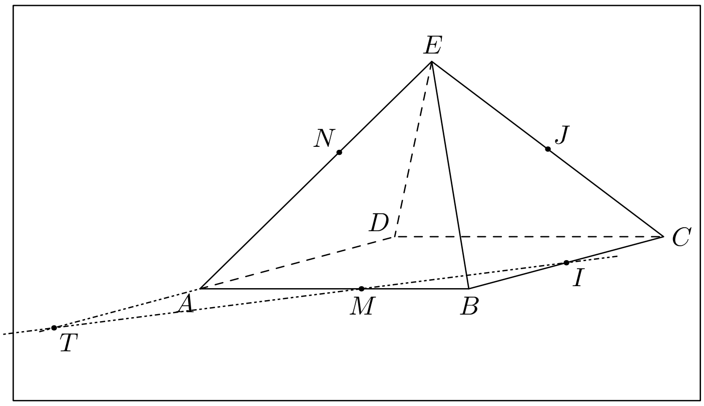
2. On a : $(IJ)/\!\!/(IJM)$ et $(IJ)/\!\!/(EBC)$.
Si une droite est parallèle à deux plans sécants alors cette droite est parallèle à la droite d'intersection de cette plan.
(IJ) est parallèle à la droite intersection de la droite intersection des plans (IJM) et (EBC).

   On obtient le point N intersection du plan IJM avec la droite (AE).

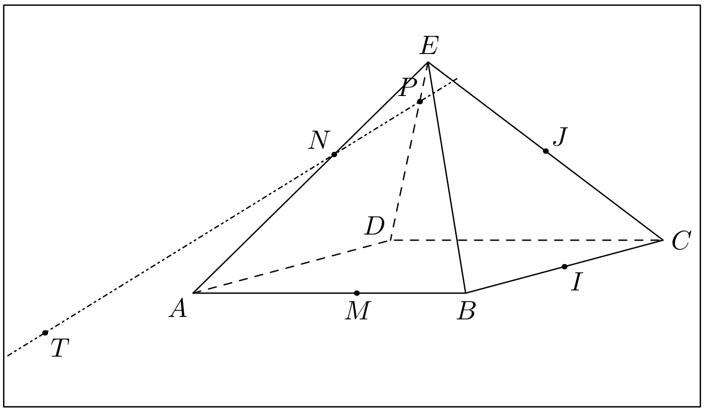


3. a. Les points A, C, D et M appartiennent au plan (ADC).
Les droites (AD) et (CM) sont coplanaires.
Tant que le point M ne se situe pas en B, ces deux droites ne sont pas parallèles : les droites (AD) et (CM) ne sont pas parallèles.

b. Voici la représentation du point T :



c. Les points N et T appartiennent au plan (IJM). Mais les points N et T appartiennent également au plan (EAD) : la droite (NT) est la droite d'intersection des plans (IJM) et (EAD).
Ainsi, le point P intersection du plan (IJM) et de la droite (ED) s'obtient par intersection de la droite (ED) et de la droite (TN) :



4. Voici la représentatino de la section de la pyramide par le plan (IJM) :