Preparer son entree en seconde en mathematiques - Partie 2 - S PLUOT

Correction 1

1. Le triangle ABC est inscrit dans le cercle $\mathscr{C}$ et son côté $[AB]$ forme un diamètre de ce cercle.
Si un cercle est inscrit dans un cercle et si un de ses côtés est un diamètre alors ce triangle est rectangle et ce côté est son hypoténuse.
Le triangle ABC est rectangle en C.

2. Le triangle ABC est rectangle en C.
D'après le théorème de Pythagore, on a l'égalité suivante :
$$\begin{aligned} AB^2 &= AC^2 + BC^2 \\ 6^2 &= AC^2 + 4{,}8^2 \\ AC^2 &= 6^2 - 4{,}8^2 \\ AC^2 &= 36 - 23{,}04 \\ AC^2 &= 12{,}96 \\ AC &= 3{,}6\,cm \end{aligned}$$

3. Puisque le point M vérifie la relation $AM = \frac{1}{3} \cdot AB$, on en déduit la valeur du quotient suivant :
$$\frac{AM}{AB} = \frac{1}{3}$$
Les points A, N, C sont alignés.
Les points A, M, B sont alignés.
Les droites (MN) et (BC) sont alignés.

D'après le théorème de Thalès, on a l'égalité suivante de quotients :
$$\frac{AN}{AC} = \frac{AM}{AB} = \frac{MN}{BC}$$
Par application numérique, on a :
$$\frac{AN}{3{,}6} = \frac{1}{3}$$
A l'aide du produit en croix, on a :
$$\begin{aligned} 1 \times 3{,}6 &= AN \times 3 \\ AN &= \frac{3{,}6}{3} \\ AN &= 1{,}2\,cm \end{aligned}$$

Correction 2

1. Dans la configuration de gauche :

Les points O, A et C et les points O, B et D sont alignés et dans le même ordre.

On remarque que :
$$\frac{OA}{OC} = \frac{6}{4{,}8} = \frac{5}{4} \quad ; \quad \frac{OB}{OD} = \frac{5}{4}$$
Ainsi : $\dfrac{OA}{OC} = \dfrac{OB}{OD}$

D'après la réciproque du théoréme de Thalès, les droites (AB) et (CD) sont parallèles.

2. Dans la configuration de droite :

Les points O, A et D et les points B, O et C sont alignés dans le même ordre.

On remarque :
$$\frac{OA}{OC} = \frac{5}{7{,}5} = \frac{2}{3} \quad ; \quad \frac{OB}{OD} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$$
Ainsi : $\dfrac{OA}{OC} = \dfrac{OB}{OD}$.

D'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (AB) et (DC) sont parallèles.

Correction 3

1. Le triangle ABC est rectangle en B.
D'après le théorème de Pythagore, on a l'égalité suivante :
$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$
Par application numérique, on a :
$$\begin{aligned} 5{,}2^2 &= 4{,}8^2 + BC^2 \\ 27{,}04 &= 23{,}04 + BC^2 \\ BC^2 &= 27{,}04 - 23{,}04 \\ BC^2 &= 4 \\ BC &= 2 \end{aligned}$$

2. a. Les points A, C, N sont alignés.
Les points A, B, M sont alignés.
Les droites (BC) et (MN) sont parallèles.

D'après le théorème de Thalès, on a l'égalité suivante :
$$\frac{AC}{AN} = \frac{AB}{AM} = \frac{BC}{MN}$$
Utilisons l'égalité suivante :
$$\frac{AC}{AN} = \frac{BC}{MN}$$
Par application numérique, on a :
$$\begin{aligned} \frac{5{,}2}{AN} &= \frac{2}{3} \\ AN \times 2 &= 5{,}2 \times 3 \\ AN &= \frac{15{,}6}{2} \\ AN &= 7{,}8 \end{aligned}$$

b. De l'égalité des trois quotients obtenue à la question précédente, utilisons l'égalité suivante :
$$\frac{AB}{AM} = \frac{BC}{MN}$$
Par application numérique, on a :
$$\frac{4{,}8}{AM} = \frac{2}{3}$$
A l'aide du produit en croix, on écrit :
$$\begin{aligned} 2 \times AM &= 4{,}8 \times 3 \\ AM &= \frac{14{,}4}{2} \\ AM &= 7{,}2 \end{aligned}$$

Correction 4

- Le triangle ABC est rectangle en A.
On a la relation trigonométrique :

$$\sin\widehat{B} = \frac{AC}{BC}$$

Par application numérique :

$$\sin 62^o = \frac{AC}{5}$$

On en déduit :

$$AC = \sin 62^o \times 5 \approx 4{,}4\,cm$$

- Le triangle DEF est rectangle en E.
  On a la relation trigonométrique :
  $$\cos\widehat{F} = \frac{EF}{DF}$$
  Par application numérique :
  $$\cos 30^o = \frac{EF}{5}$$
  A l'aide d'un produit en croix, on a :
  $$EF = \cos 30^o \times 5 \approx 4{,}3\,cm$$
- Le triangle IGH est rectangle en H. On a la relation :
  $$\tan\widehat{I} = \frac{GH}{IH}$$
  $$\tan 50^o = \frac{2}{IH}$$
  Le produit en croix donne :
  $$IH \times \tan 50^o = 2$$
  On obtient la formule :
  $$IH = \frac{2}{\tan 50^o} \approx 1{,}7\,cm$$

Correction 5

La correction n'existe pas pour l'exercice 6860

Correction 6

1. La base $ABCD$ de la pyramide est un rectangle ayant pour aire :
   $$\mathcal{A}_B = AD \times DC = 1{,}60 \times 1{,}20 = 1{,}92\,cm^2$$
   Ainsi, cette pyramide a pour volume :
   $$\mathcal{V} = \frac{1}{3} \times \mathcal{A}_B \times h = \frac{1}{3} \times 1{,}92 \times 2{,}40 = 1{,}536\,m^3$$

2. La base $ABCD$ est un rectangle, ainsi le triangle BCD est un triangle rectangle en C.
   Dans le triangle BCD rectangle en C, d'après le théorème de Pythagore, on a la relation :
   $$BD^2 = BC^2 + CD^2$$
   $$BD^2 = 1{,}6^2 + 1{,}2^2$$
   $$BD^2 = 2{,}56 + 1{,}44$$
   $$BD^2 = 4$$
   $$BD = \sqrt{4}$$
   $$BD = 2\,cm$$

3. a. La base $ABCD$ étant un rectangle, on en déduit que ses diagonales se coupent en leurs milieux. En particulier, le point H est le milieu du segment $[BD]$:
   $$HD = \frac{1}{2} \times BD = \frac{1}{2} \times 2 = 1$$
   $[SH]$ est la hauteur de la pyramide. Ainsi, les droites (SH) et (HD) sont perpendiculaires : le triangle SHD est un triangle rectangle en H.
   Dans le triangle SHD rectangle en H, d'après le théorème de Pythagore, on a la relation :
   $$SD^2 = SH^2 + HD^2$$
   $$SD^2 = 2{,}4^2 + 1^2$$
   $$SD^2 = 5{,}76 + 1$$
   $$SD^2 = 6{,}76$$
   $$SD = \sqrt{6{,}76}$$
   $$SD = 2{,}6\,cm$$

   b. Travaillons dans le plan contenant la face avant. On a :
   - Les points S, E, A et S, F, D sont alignés.
   - Les droites (AD) et (EF) sont parallèles.

   D'après le théorème de Thalès, on a l'égalité des rapports suivants :
   $$\frac{SE}{SA} = \frac{SF}{SD} = \frac{EF}{AD}$$
   $$\frac{SF}{SD} = \frac{EF}{AD}$$
   Par application numérique, on a :
   $$\frac{1{,}95}{2{,}6} = \frac{EF}{1{,}6}$$
   D'après le produit en croix, on a :
   $$2{,}6 \times EF = 1{,}95 \times 1{,}6$$
   $$EF = \frac{1{,}95 \times 1{,}6}{2{,}6}$$
   $$EF = 1{,}2\,m$$

4. Passant en revue les différences associant d'arêtes pour acheter le moins de tiges de bambou :
   - 4 baguettes permettront de constituer les arêtes $[SA]$, $[SB]$, $[SC]$ et $[SD]$.
   - 1 baguette permettra de constituer les deux arêtes $[AD]$ et $[CD]$.
   - 1 baguette permettra de constituer les deux arêtes $[AB]$ et $[BD]$.
   - il faudra encore une baguette pour constituer l'arête $[EF]$.

   On aura donc besoin de 7 tiges de bambou pour constituer ce tipi.

