De la 1G vers la TG - Partie 1- Maths - S Pluot

Exercice 1

Compléter les tableaux de signe ci-dessous :

1.

x	$-\infty$ $\qquad\qquad$ $+\infty$
$1-x$	
$2x+1$	
$(1-x)(2x+1)$	

2.

x	$-\infty$ $\qquad\qquad$ $+\infty$
$x-3$	
$-2x+4$	
$(x-3)(-2x+4)$	

Exercice 2

Résoudre les inéquations suivantes :

a. $x^2-3x+2>0$ b. $x^2-x-2<0$ c. $-9x^2+12x-4 \leqslant 0$

Exercice 3

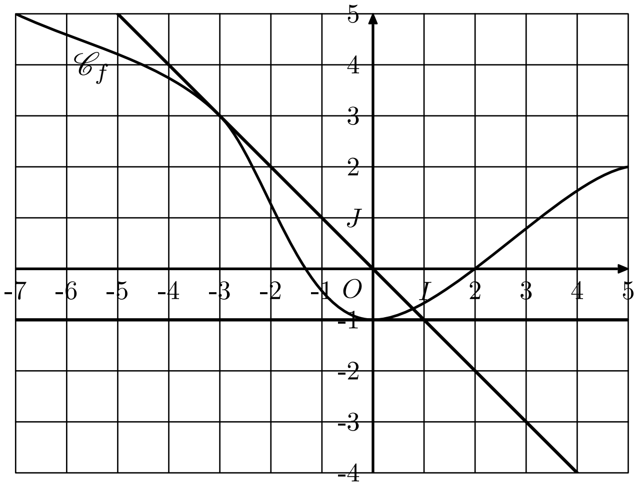
On considère le polynome $\mathcal{P}$ admettant pour expression :
$\mathcal{P} = 2{\cdot}x^3 + 7{\cdot}x^2 - 7{\cdot}x - 12$

1. Etablir la factorisation suivante où b est un nombre réel à déterminer :
$\mathcal{P} = \big(x+1\big){\cdot}\big(2{\cdot}x^2 + b{\cdot}x - 12\big)$

2. En déduire le tableau de signes du polynôme $\mathcal{P}$.

Exercice 4

La représentation graphique d'une fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ est tracée ci-dessous ainsi que les tangentes respectives aux points d'abscisses -3 et 0.



Parmi les quatre réponses ci-dessous, laquelle est correcte :

a. Le nombre dérivé de f en 0 vaut -1

b. Le nombre dérivé de f en -1 vaut 0

c. Le nombre dérivé de f en -3 vaut -1

d. Le nombre dérivé de f en -3 vaut 3

Exercice 5

Déterminer l'expression des fonctions dérivées de chacune des fonctions ci-dessous :

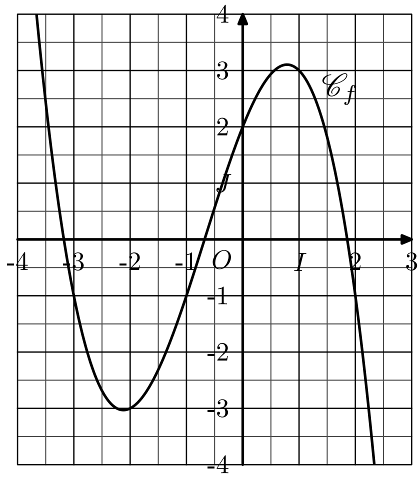
1. $f(x) = x^5+3{\cdot}x^2-x+10$ 2. $f(x) = 2{\cdot}x^7-x^2-2{\cdot}x+1$

Exercice 6*

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par la relation :

$$f(x) = -\frac{1}{2}{\cdot}x^3 - x^2 + \frac{5}{2}{\cdot}x + 2$$

Dans un repère $\big(O\,;I\,;J\big)$ orthonormé, la courbe $\mathscr{C}_f$ représentative de la fonction f :



1. a. Déterminer l'expression de la fonction dérivée f' de la fonction f.

   b. Donner la valeur de $f'(-2)$.

2. a. Déterminer l'équation réduite de la tangente (T) à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse -2.

   b. Effectuer le tracé de la tangente (T) dans le repère ci-dessus.

Exercice 7

Déterminer l'expression des fonctions dérivées de chacune des fonctions ci-dessous :

a. $f : x \longmapsto x^2 + \sqrt{x}$ b. $g : x \longmapsto x{\cdot}\sqrt{x}$

On donnera l'expression des fonctions dérivées sous la forme d'un **quotient simplifié**.

Exercice 8

On admet que la fonction f est définie, pour tout réel x de l'intervalle $\big[-2\,;4\big]$ par :
$f(x) = \big(x+2\big){\cdot}\mathrm{e}^{-x+1}$

On note f' la fonction dérivée de f.

1. Montrer que, pour tout x de l'intervalle $\big[-2\,;4\big]$, on a :
$f'(x) = -\big(x+1\big){\cdot}\mathrm{e}^{-x+1}$

2. Etudier le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $\big[-2\,;4\big]$, puis dresser le tableau de variations de f sur cet intervalle.

Exercice 9

On admet que la fonction f est définie par :
$f(x) = \big(x^2 - 2{\cdot}x + 1\big){\cdot}\mathrm{e}^{-2{\cdot}x+6}$

1. Monter que $f'(x) = \big(-2{\cdot}x^2+6{\cdot}x-4\big){\cdot}\mathrm{e}^{-2{\cdot}x+6}$, où f'

désigne la fonction dérivée de la fonction f.

2. Etudier le sens de variation de la fonction f sur l'intervalle $\big[0{,}7\,;6\big]$ et dresser le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle $\big[0{,}7\,;6\big]$.
On ne demande pas de calculer les ordonnées.

Exercice 10

On considère la fonction f dont l'image de x est définie par la relation :

$$f(x) = \frac{x^2 - x + 3}{2x^2 - 2x + 3}$$

1. Montrer que le dénominateur ne s'annule jamais.

Ainsi, la fonction f est définie sur l'ensemble des nombres réels $\mathbb{R}$.

2. Etablir que la fonction dérivée f' de la fonction f admet pour expression :
$$f'(x) = \frac{-6x+3}{\big(2x^2 - 2x + 3\big)^2}$$

3. a. Dresser le tableau de signes de f' sur $\mathbb{R}$..
   b. Dresser le tableau de variations de la fonction f.
   On admettra les deux limites suivantes :
   $$\lim_{h\mapsto -\infty} f(x) = \frac{1}{2} \quad ; \quad \lim_{h\mapsto +\infty} f(x) = \frac{1}{2}$$

4. En déduire les extrémums de la fonction f.

Exercice 11

1. On considère la suite $\big(u_n\big)$ arithmétique de premier terme 2 et de raison -3. Déterminer les quatre premiers termes de la suite $\big(u_n\big)$.

2. On considère la suite $\big(v_n\big)$ géométrique de premier terme 54 et de raison $\frac{1}{3}$. Déterminer les quatre premiers termes de la suite $\big(v_n\big)$.

Exercice 12

On considère la suite $\big(u_n\big)$ définie pour tout $n\in\mathbb{N}$ par :

$$u_0 = 1 \quad ; \quad u_{n+1} = \frac{4\cdot u_n}{3\cdot n - 2}$$

Déterminer les cinq premiers termes de la suite $\big(u_n\big)$

Exercice 13*

On considère la suite $\big(v_n\big)$ définie pour tout $n\in\mathbb{N}$ par :

$$v_0 = 1 \quad ; \quad v_{n+1} = \frac{3\cdot v_n}{2\cdot n - 3}$$

Déterminer les six premiers termes de la suite $\big(v_n\big)$

Exercice 14

Soit $\big(u_n\big)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par la relation explicite :

$$u_n = n^3 - 2n^2 - 3n$$

1. Donner l'expression réduite de : $u_{n+1} - u_n$.

2. En déduire que la suite $\big(u_n\big)$ est croissante pour n supérieur à 2.

Exercice 15*

Soit $\big(u_n\big)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite définie par :

$$u_0 = 1 \quad ; \quad u_{n+1} = u_n - {u_n}^2 - 1 \quad \text{pour tout } n\in\mathbb{N}$$

1. Compléter le tableau ci-dessous des premiers termes de la suite $\big(u_n\big)$:

n	0	1	2	3	4
u_n					

2. En étudiant la différence de deux termes consécutifs, montrer que la suite $\big(u_n\big)$ est décroissante.

