

# Equations et inéquations

## Exercice 1

Résoudre les équations suivantes en détaillant votre démarche :

a.  $3x - 5 = 3 + 2x$

b.  $2 - x = x + 5$

c.  $6x + 7 = x - 13$

d.  $1 + x = -2x + 4$

## Correction 1

J'adopterais les deux types de rédaction alternativement sur les questions de cet exercice :

a. 
$$\begin{aligned} 3x - 5 &= 3 + 2x \\ 3x - 5 + 5 &= 3 + 2x + 5 \\ 3x &= 2x + 8 \\ 3x - 2x &= 2x + 8 - 2x \\ x &= 8 \end{aligned}$$

La solution de cette équation est le nombre 8

b. 
$$\begin{aligned} 2 - x &= x + 5 \\ -x &= x + 5 - 2 \\ -x &= x + 3 \\ -x - x &= 3 \\ -2x &= 3 \\ x &= \frac{3}{-2} \\ x &= -\frac{3}{2} \end{aligned}$$

La solution de cette équation est le nombre  $-\frac{3}{2}$ .

c. 
$$\begin{aligned} 6x + 7 &= x - 13 \\ 6x + 7 - 7 &= x - 13 - 7 \\ 6x &= x - 20 \\ 6x - x &= x - 20 - x \\ 5x &= -20 \\ x &= \frac{-20}{5} \\ x &= -4 \end{aligned}$$

La solution de cette équation est le nombre  $-4$ .

d. 
$$\begin{aligned} 1 + x &= -2x + 4 \\ 1 + x + 2x &= -2x + 4 + 2x \\ 1 + 3x &= 4 \\ 1 + 3x - 1 &= 4 - 1 \\ 3x &= 3 \\ \frac{3x}{3} &= \frac{3}{3} \\ x &= 1 \end{aligned}$$

La solution de cette équation est le nombre 1.

## Exercice 2

Résoudre les équations suivantes :

a.  $(2x - 1)(3x + 1) = 0$

b.  $(x - 2)(2x + 4) = 0$

c.  $(3 - 2x)x = 0$

d.  $(5x + 1)(5 + x) = 0$

## Correction 2

a. L'équation  $(2x-1)(3x+1)=0$  est une équation produit : Un produit est nul si, et seulement si, au moins un de ses facteurs est nul.

On obtient les deux équations suivantes :

$$\begin{array}{l|l} 2x - 1 = 0 & 3x + 1 = 0 \\ 2x = 1 & 3x = -1 \\ x = \frac{1}{2} & x = -\frac{1}{3} \end{array}$$

Cette équation admet pour solution les deux nombres  $-\frac{1}{3}$  et  $\frac{1}{2}$ .

b. L'équation  $(x-2)(2x+4)=0$  est une équation produit : Un produit est nul si, et seulement si, au moins un de ses facteurs est nul.

On obtient les deux équations suivantes :

$$\begin{array}{l|l} x - 2 = 0 & 2x + 4 = 0 \\ x = 2 & 2x = -4 \\ & x = \frac{-4}{2} \\ & x = -2 \end{array}$$

Cette équation admet pour solution les deux nombres  $-2$  et  $2$ .

c. L'équation  $(3-2x)x=0$  est une équation produit : Un produit est nul si, et seulement si, au moins un de ses facteurs est nul.

On obtient les deux équations suivantes :

$$\begin{array}{l|l} 3 - 2x = 0 & x = 0 \\ -2x = -3 & \\ x = \frac{-3}{-2} & \\ x = \frac{3}{2} & \end{array}$$

Cette équation admet pour solution les deux nombres  $0$  et  $\frac{3}{2}$ .

d. L'équation  $(5x+1)(5+x)=0$  est une équation produit : Un produit est nul si, et seulement si, au moins un de ses facteurs est nul.

On obtient les deux équations suivantes :

$$\begin{array}{l|l} 5x + 1 = 0 & 5 + x = 0 \\ 5x = -1 & x = -5 \\ x = -\frac{1}{5} & \end{array}$$

Cette équation admet pour solution les deux nombres  $-5$  et  $-\frac{1}{5}$ .

### Exercice 3

1. On pose :  $H = (x-4)^2 - x \cdot (x-10)$

a. Développer et réduire  $H$ .

b. Résoudre l'équation :  $H = 16$ .

2. On pose :  $I = (7x-3)^2 - 5^2$ .

a. Factoriser  $I$ .

b. Résoudre l'équation  $I = 0$ .

### Correction 3

1. a. On a le développement suivant :

$$H = (x-4)^2 - x(x-10) = x^2 - 8x + 16 - x^2 + 10x = -8x + 26$$

b. Résolvons l'équation :

$$\begin{aligned} -8x + 26 &= 16 \\ -8x &= 16 - 26 \\ -8x &= -10 \\ x &= \frac{-10}{-8} \\ x &= \frac{5}{4} \end{aligned}$$

### Exercice 4

Soit l'expression :  $E = (5x-2)^2 - (x-7)(5x-2)$

1. Développer et réduire  $E$ .

2. Calculer la valeur numérique de  $E$  pour  $x = -1$

3. Factoriser  $E$

4. Résoudre l'équation :  $(5x-2)(4x+5) = 0$

### Correction 4

$$\begin{aligned} 1. E &= (5x-2)^2 - (x-7)(5x-2) \\ &= (25x^2 - 20x + 4) - (5x^2 - 2x - 35x + 14) \\ &= (25x^2 - 20x + 4) - (5x^2 - 37x + 14) \\ &= 25x^2 - 20x + 4 - 5x^2 + 37x - 14 \\ &= 20x^2 + 17x - 10 \end{aligned}$$

2. Pour  $x = -1$ , on a :

La solution de l'équation est  $\frac{5}{4}$ .

2. A l'aide d'une identification avec la troisième identité remarquable, on a la factorisation :

$$\begin{aligned} I &= (7x-3)^2 - 5^2 = [(7x-3) + 5][(7x-3) - 5] \\ &= (7x+2)(7x-8) \end{aligned}$$

Résolvons l'équation :

$$\begin{aligned} I &= 0 \\ (7x+2)(7x-8) &= 0 \end{aligned}$$

Un produit est nul si, et seulement si, au moins un de ses facteurs est nul :

On obtient les deux équations suivantes :

$$\begin{array}{l|l} 7x+2=0 & 7x-8=0 \\ 7x=-2 & 7x=8 \\ x=-\frac{2}{7} & x=\frac{8}{7} \end{array}$$

Cette équation admet les deux solutions suivantes  $-\frac{2}{7}$  et  $\frac{8}{7}$ .

$$\begin{aligned} E &= 20x^2 + 17x - 10 \\ &= 20 \times (-1)^2 + 17 \times (-1) - 10 \\ &= 20 - 17 - 10 = -7 \end{aligned}$$

3. On a la factorisation :

$$\begin{aligned} E &= (5x-2)^2 - (x-7)(5x-2) \\ &= (5x-2)[(5x-2) - (x-7)] \\ &= (5x-2)(5x-2-x+7) \\ &= (5x-2)(4x+5) \end{aligned}$$

4. Résolvons l'équation :

$$(5x-2)(4x+5) = 0$$

Un produit est nul si, et seulement si, un des deux facteurs est nul.

$$\begin{array}{l|l} 5x-2=0 & 4x+5=0 \\ 5x=2 & 4x=-5 \\ x=\frac{2}{5} & x=-\frac{5}{4} \end{array}$$

Cette équation admet pour solution :  $-\frac{5}{4}$  ;  $\frac{2}{5}$

### Exercice 5

Résoudre les inéquations suivantes :

a.  $2x + 4 < 5x - 7$

b.  $3x + 2(5 - x) \leq -2x + 1$

c.  $3(-x + 1) - 4(2x - 4) \geq 5$

d.  $214(3x - 5) > 214(2x + 1)$

### Correction 5

a.  $2x + 4 < 5x - 7$

$$2x < 5x - 11$$

$$-3x < -11$$

Multiplier par un nombre négatif inverse le sens de l'inégalité

$$\frac{-3x}{-3} > \frac{-11}{-3}$$

$$x > \frac{11}{3}$$

Les solutions de l'inéquation sont les nombres strictement supérieurs à  $\frac{11}{3}$

b.  $3x + 2(5 - x) \leq -2x + 1$

$$3x + 10 - 2x \leq -2x + 1$$

$$x + 10 \leq -2x + 1$$

$$3x + 10 \leq 1$$

$$3x \leq -9$$

$$x \leq \frac{-9}{3}$$

$$x \leq -3$$

Les nombres inférieurs ou égaux à  $-3$  sont solutions de l'inéquation.

c.  $3(-x + 1) - 4(2x - 4) \geq 5$

$$-3x + 3 - 8x + 16 \geq 5$$

$$-11x + 19 \geq 5$$

$$-11x \geq -14$$

La multiplication par un nombre négatif inverse le sens de l'inégalité

$$\frac{-11x}{-11} \leq \frac{-14}{-11}$$

$$x \leq \frac{14}{11}$$

Les solutions de l'inéquation sont les nombres inférieurs ou égaux à  $\frac{14}{11}$

d.  $214(3x - 5) > 214(2x + 1)$

$$\frac{214(3x - 5)}{214} > \frac{214(2x + 1)}{214}$$

$$3x - 5 > 2x + 1$$

$$x > 6$$

Les solutions de l'inéquation sont les nombres strictement supérieurs à 6.