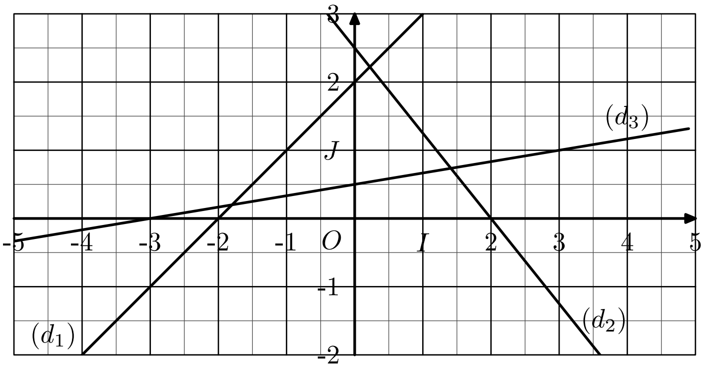
# Fonctions affines

## Exercice 1

A l'aide de lecture graphique, donner l'équation réduite de chacune des droites présentes ci-dessous :

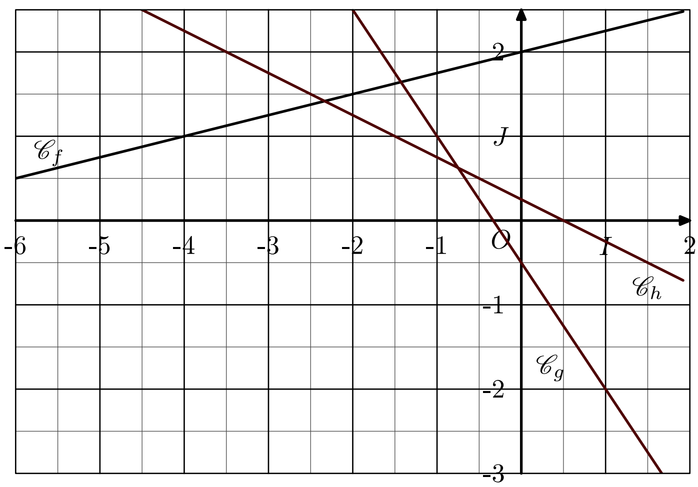



## Correction 1

- La droite $(d_1)$ a pour équation : $y = x + 2$
- La droite $(d_2)$ a pour équation : $y = -\dfrac{5}{4}\cdot x + \dfrac{5}{2}$
- La droite $(d_3)$ a pour équation : $y = \dfrac{1}{6}\cdot x + \dfrac{1}{2}$

## Exercice 2

Déterminer les équations des trois fonctions affines $f$, $g$ et $h$ dont la représentation graphique est donnée ci-dessous :




1. Graphiquement, déterminer les équations réduites des fonctions $f$, $g$

2. a. Graphiquement, déterminer le coefficient directeur de la fonction affine $h$.

   b. Notons $b$ l'ordonnée à l'orgine de la fonction $h$ ; ainsi, l'équation réduire de la fonction $h$ est de la forme :
   $h(x) = -\dfrac{1}{2}\cdot x + b$

   Sachant que le point de coordonnées $(-3{,}5\,;2)$ appartient à $\mathscr{C}_h$, détermienr la valeur de son ordonnée à l'origine.

## Correction 2

1. Graphiquement, on obtient les équations de droites suivantes : $f(x) = \dfrac{1}{4}x + 2$ ; $h(x) = -\dfrac{3}{2}x - \dfrac{1}{2}$

2. a. En utilisant les points du quadrillage $A\Big(-\dfrac{3}{2}\,;1\Big)$ et $B\Big(\dfrac{1}{2}\,;0\Big)$, appartenant également à la droite $\mathscr{C}_h$, on obtient le coefficien directeur de cette droite :
   $a = -\dfrac{2}{4} = -\dfrac{1}{2}$

   b. Puisque le point de coordonnées $(-3{,}5\,;2)$, alors elles vérifient l'équation réduite ; ainsi, on doit avoir :

   $y = -\dfrac{1}{2}\cdot x + b$

   $2 = -\dfrac{1}{2}\cdot\Big(-\dfrac{7}{2}\Big) + b$

   $2 = \dfrac{7}{4} + b$

   $b = 2 - \dfrac{7}{4} = \dfrac{1}{4}$

   Ainsi, L'équation réduite de $h$ est :
   $h(x) = -\dfrac{1}{2}\cdot x + \dfrac{1}{4}$

## Exercice 3

Déterminer de manière algébrique, l'équation de la droite $(\Delta)$ passant par les points $A(1\,;5)$ et $B(5\,;8)$

## Correction 3

Une droite est une représentation d'une fonction affine.

La droite passant par les points $A$ et $B$ a un coefficient directeur égal à :

$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{8-5}{5-1} = \frac{3}{4}$$

Son équation est de la forme : $y = \dfrac{4}{3}x + p$

Passant par le point $A$, on obtient :

$y = \dfrac{3}{4}x + p$

$1 = \dfrac{3}{4}\times 5 + p$

$p = 1 - \dfrac{15}{4}$

$p = -\dfrac{11}{4}$

La droite $(\Delta)$ a pour équation de droite :

$y = \dfrac{4}{3}x - \dfrac{17}{3}$

## Exercice 4

1. On considère les deux droites $(d)$ et $(d')$ d'équations cartésiennes :

$$(d): \ 2x-y+1=0 \quad ; \quad (d'): \ 3x+y-2=0$$

   a. Résoudre le système : $\begin{cases} 2x-y+1=0 \\ 3x+y-2=0 \end{cases}$

   b. Quelles sont les positions relatives des droites $(d)$ et $(d')$ ?

2. Résoudre les deux systèmes déquations suivant :

   a. $\begin{cases} 6x-3y+9=0 \\ -4x+2y-6=0 \end{cases}$ b. $\begin{cases} 2x+6y-\ \ 7=0 \\ -3x-9y+12=0 \end{cases}$

3. Dans chaque question, en déduire la position relative des deux droites :

   a. $\Delta: \ 2x+6y-8=0 \quad ; \quad \Delta': \ -3x-9y+12=0$

   b. $\delta: \ 6x-3y+9=0 \quad ; \quad \delta': \ -4x+2y-6=0$

## Correction 4

1. a. Résolvons le système : $\begin{cases} 2x-y+1=0 \\ 3x+y-2=0 \end{cases}$

Par addition des deux équations, on obtient l'équation :

$$5x-1=0$$
$$5x=1$$
$$x=\frac{1}{5}$$

Utilisons la première équation pour déterminer la valeur de $y$ :

$$2x-y+1=0$$
$$2\times\frac{1}{5}-y+1=0$$
$$-y+\frac{7}{5}=0$$
$$-y=-\frac{7}{5}$$
$$y=\frac{7}{5}$$

Ce système a pour solution l'unique couple $\left(\frac{1}{5}\,;\frac{7}{5}\right)$.

   b. Ce système n'ayant qu'une seule solution, on en déduit que les droites $(d)$ et $(d')$ sont sécantes entre elles.

2. a. Résolvons le système :

$$\begin{cases} 6x-3y+9=0 \\ -4x+2y-6=0 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} 12x-6y+18=0 \\ -12x+6y-18=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 12x-6y+18=0 \\ 12x-6y+18=0 \end{cases} \Longrightarrow \left\{ 12x-6y+18=0 \right.$$

Ce système admet une infinité de couples pour solutions : celles représentées par l'équation cartésienne : $12x-6y+18=0$

On en déduit que les deux droites $(\Delta)$ et $(\Delta')$ sont confondues.

   b. Résolvons le système :

$$\begin{cases} 2x+6y-7=0 \\ -3x-9y+12=0 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} 6x+18y-21=0 \\ -6x-18y+24=0 \end{cases}$$

Par addition de ces deux équations, on obtient :

$$0x+0y+3=0$$

Cette équation n'admet aucun couple de solution : on en déduit que les droites $(\delta)$ et $(\delta')$ sont strictement parallèles.

## Exercice 5

Pour chaque question, plusieurs réponses sont possibles.

On s'intéresse aux fonctions $f$ et $g$ définies sur $\mathbb{R}$ par :
$f(x)=1-2x \quad ; \quad g(x)=2x+3.$

On note $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ leurs représentations graphiques respectives dan un repère.

1. L'image de $(-3)$ par $f$ est :

   a. $7$ b. $\frac{5}{2}$ c. $-2$

2. L'antécédent de $(-3)$ par $g$ est :

   a. $3$ b. $0$ c. $-3$

3. Le point $A$ de coordonnées $(1\,;-5)$ appartient à :

   a. $\mathscr{C}_f$ b. $\mathscr{C}_g$ c. ni $\mathscr{C}_f$, ni $\mathscr{C}_g$

4. Sur $\mathbb{R}$ :

   a. $f$ est décroissante b. $f$ est croissante

   c. $g$ est décroissante d. $g$ est croissante

5. Quel sont le ou les tableaux de signes corrects ?

a.

| $x$ | $-\infty$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |

b.

| $x$ | $-\infty$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |

c.

| $x$ | $-\infty$ | | $0,5$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |

d.

| $x$ | $-\infty$ | | $0,5$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |

e.

| $x$ | $-\infty$ | | $-1,5$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $g(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |

f.

| $x$ | $-\infty$ | | $-1,5$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $g(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |

## Correction 5

1. Réponse a. :
$f(-3)=1-2\times(-3)=1+6=7$

2. Réponse c. :
Résolvons l'équation :

$$g(x)=-3$$
$$2x+3=-3$$
$$2x=-3-3$$
$$2x=-6$$
$$x=-3$$

3. Réponse c. :

- $f(1)=1-2\times1=1-2=-1$
  Le point $A$ n'appartient pas à la courbe $\mathscr{C}_f$.
- $g(1)=2\times1+3=2+3=5$
  Le point $A$ n'appartient pas à la courbe $\mathscr{C}_g$.

4. Réponse a. et d. :

- Le coefficient directeur de la fonction $f$ vaut $-2$ : la fonction $f$ est décroissante.
- Le coefficient directeur de la fonction $f$ vaut 2 : la fonction $g$ est croissante.

5. Réponse c. et f. :
   - La fonction $f$ est décroissante et s'annule en 0,5.
   - La fonction $g$ est croissante.